

Mathe-Testaufgabe;

Bruchrechnen

Berechnen Sie und vereinfachen Sie 8

$$\frac{4}{8} + \frac{1}{3} = \frac{3+8}{24} = \frac{11}{24}$$
$$\frac{c+2}{a-1} \cdot \frac{a+1}{2b} = \frac{ac+2a+c+2}{2ab-2b}$$
$$\frac{\frac{3a+3}{5b}}{\frac{3}{2b}} = \frac{3(a+1)}{5b} \cdot \frac{2b}{3} = \frac{2a+1}{5}$$

Quadratische Gleichungen: Bestimmen Sie die Nullstellen

$$16x^2 - 16x + 4 = 0$$

$$(4x+2)^2 = 0; \text{ doppelte Nullstelle bei } x = 1/2$$

$$x^2 - 9 = 0$$

$$(x-3)(x+3) = 0; x_1 = 3; x_2 = -3$$

$$x^2 + x - 6 = 0$$

$$\text{Satz von Vieta: } (x+3)(x-2) = 0; x_1 = -3; x_2 = 2$$

$$\text{Mitternachtsformel: } x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Bestimmen Sie die Unbekannten a und b aus den folgenden Gleichungen

$$4a + b = 6 \text{ Gl. 1}$$

$$a + 3b = 7 \text{ Gl. 2}$$

$$\text{Gl. 1} - 4 \cdot \text{Gl. 2: } 4a + b - 4(a + 3b) = -11b = -22 = 6 - 4 \cdot 7 \rightarrow b = 2;$$

$$\text{einsetzen in Gl. 1: } 4a + 2 = 6; a = 1$$

Vektorrechnung

Gegeben sind die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ und $\vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$

Bestimmen Sie

$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+3 \\ 2-1 \\ 1+2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} \circ \vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix} = 1 \cdot 1 + 2 \cdot (-1) + 1 \cdot (-2) = -3$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \cdot 2 - 1 \cdot 2 \\ 1 \cdot 3 - 2 \cdot 1 \\ 1 \cdot (-1) - 2 \cdot 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -7 \end{pmatrix}$$

Was sagt Ihnen der Wert und das Vorzeichen von

$$(\vec{a} \times \vec{c}) \cdot \vec{b} = \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix} \right) \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 + 1 \\ 1 + 2 \\ -4 + 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} = -9 - 3 - 6 = -18$$

Volumen des aufgespannten „Spats“ = 18 Einheiten, das Minus bedeutet, dass die Vektoren in der Reihenfolge $\vec{a}, \vec{c}, \vec{b}$ ein Linkssystem bilden.

Bestimmen Sie den Winkel zwischen den Vektoren \vec{a} und \vec{b}

$$\begin{aligned} \vec{a} \cdot \vec{b} &= |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin \varphi; \varphi = \arcsin \left(\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} \right) = \arcsin \left(\frac{3 - 2 + 2}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 1^2} \cdot \sqrt{3^2 + (-1)^2 + 2^2}} \right) \\ &= \arcsin \left(\frac{3}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{14}} \right) = 29^\circ \end{aligned}$$

Bestimmen Sie die Länge des Vektors $\vec{c} = \sqrt{1^2 + (-1)^2 + (-2)^2} = \sqrt{6}$

Geraden

Bestimmen Sie die Geradengleichung durch die zwei Punkte (1;2) und (-1;4). Wo schneidet diese Gerade die x- Achse und die y-Achse.

$$\text{Steigung der Geraden: } m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2-4}{1-(-1)} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$y = mx + t; \text{ einsetzen von Punkt 1 und Punkt 2: } 2 = -(1) + t \rightarrow t = 3$$

$$\begin{aligned} \text{Schnittpunkt mit Achsen: } y &= -x + 3 \text{ Schnittpunkt } y_{\text{Achse}} \text{ bei } x = 0 \rightarrow y(x = 0) \\ &= 3; \text{ Schnittpunkt mit } x\text{-Achse bei } y = 0: 0 = -x + 3; x = 3 \end{aligned}$$